Bestimmung der Dichte eines Würfels der Kantenlänge x und der Masse m

Annahmen: Maximaler Fehler in x 2%
und im m 1%

Frage: Maximaler Fehler in ρ ?

Es ist: $\left(\frac{\partial \rho}{\partial m}\right) = \frac{1}{m^3}$ und $\left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\right) = -3\,\frac{m}{x^4}$

und $\frac{\Delta x_M}{x} = 0{,}02$ bzw. $\frac{\Delta m_M}{m} = 0{,}01$

(2)

$$\Rightarrow \Delta \rho_M = |\Delta x_M| \cdot \left|-3\,\frac{m}{x^4}\right| + |\Delta m_M| \left|\frac{1}{m^3}\right|$$

Division durch $\rho = \frac{m}{x^3}$

$$\Rightarrow \left|\frac{\Delta \rho_M}{\rho}\right| = 3 \cdot \left|\frac{\Delta x_M}{x}\right| + \left|\frac{\Delta m_M}{m}\right| \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta \rho_M}{\rho} = 3 \cdot 0{,}02 + 0{,}01 = 0{,}07 \mathrel{\hat{=}} 7\%$$

Fazit: $\boxed{\text{Die einzelnen Fehler machen sich verschieden stark im Endresultat bemerkbar!}}$

Bestimmung der Dichte ρ und der Standardabweichung σ_ρ einer Eisenkugel der Masse $m = (10^3 \pm 0{,}1)\,g$ und dem Durchmesser $D = (6{,}2 \pm 0{,}01)\,cm$

Es ist: $V = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3 = 124{,}79\ cm^3$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1000}{124{,}79} = 8{,}013\ g/cm^3$$

Berechnung von σ_ρ nach (5) mit $z = \rho$

$x = m$

$y = D$

$$\Rightarrow \rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3} = \frac{24\,m}{4\pi D^3}$$

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial m}\right) = \frac{24}{4\pi D^3} = 8{,}013 \cdot 10^{-3}\ cm^{-3}$$

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial D}\right) = -\frac{3 \cdot 24\,m}{4\pi} \cdot D^{-4} = -3{,}877\ \frac{g}{cm^4}$$

Aus (5) $\Rightarrow$ $\sigma_\rho^2 = (8{,}013 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0{,}1^2 + (-3{,}877)^2 \cdot 0{,}01^2$

$$\Rightarrow \sigma_\rho = 0{,}039\ \frac{g}{cm^3} \Rightarrow \underline{\underline{\rho = (8{,}013 \pm 0{,}039)\ \frac{g}{cm^3}}}$$

Zusammenhang P, T eines Gases unter isochorer Bedingung (V = const.)

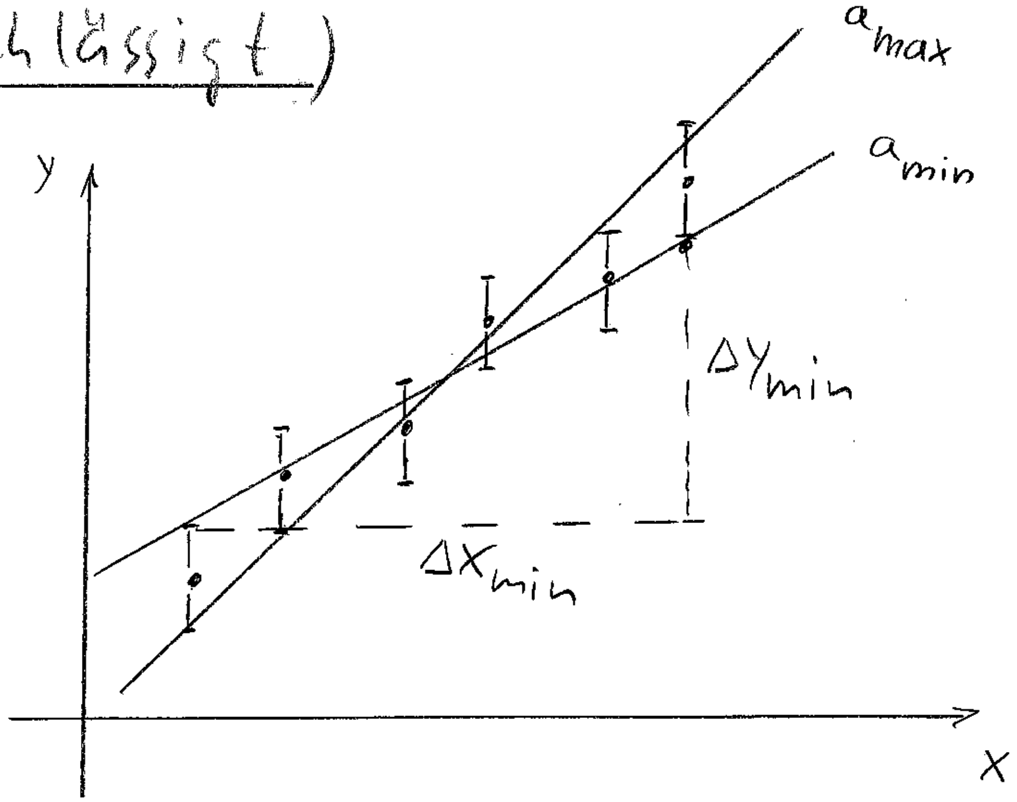
P/bar	0,95	1,02	1,08	1,17	1,22	1,31	1,37
$t/°C$	0	20	40	60	80	100	120

Ausgleichsgerade nach (11) und (12)

$$\Rightarrow P(t) = 0{,}94785 + 3{,}535 \cdot 10^{-3}\, t$$

und $r = 0{,}9982$

Eine Größe y wird als Fkt einer Größe x aufgetragen (Fehler in x wird vernachlässigt)



Zwei Geraden mit max. Steigung a_{max} bzw min. Steigung a_{min} werden durch Messwerte gelegt, so dass möglichst alle Fehlerbalken "getroffen" werden. Mit Hilfe von Steigungsdreiecken wird die jeweilige Steigung bestimmt.

Es ist: $\frac{\Delta y_{min}}{\Delta x_{min}} = a_{min}$ und $\frac{\Delta y_{max}}{\Delta x_{max}} = a_{max}$

Mittlere Steigung: $\boxed{a = \frac{a_{max} + a_{min}}{2}}$

Fehler: $\boxed{\Delta a = \frac{a_{max} - a_{min}}{2}}$